

POTENCIAS Y RAÍZ CUADRADA

EJERCICIOS RESUELTOS

Potencias

1.- Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) $2^3=8$

b) $(-2)^4=2^4=16$

c) $-2^4=-16$

d) $2^2=4$

e) $(-2)^5=-2^5=-32$

f) $-2^5=-32$

g) $(-3)^3=-3^3=-27$

h) $-3^3=-27$

i) $3^4=81$

j) $(-3)^2=3^2=9$

k) $-3^2=-9$

l) $3^5=243$

m) $5^3=125$

n) $(-5)^4=5^4=625$

ñ) $-5^4=-625$

o) $5^2=25$

p) $(-5)^5=-5^5=-3.125$

q) $-5^5=3.125$

r) $(-10)^3=-10^3=-1.000$

s) $-10^3=-1.000$

t) $10^4 = 10.000$

u) $(-10)^2 = 10^2 = 100$

v) $-10^2 = -100$

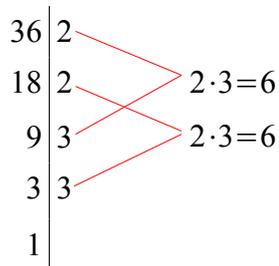
w) $10^5 = 100.000$

x) $(-10)^{12} = 10^{12} = 1.000.000.000.000$

y) $-10^8 = -100.000.000$

2.- Calcula la base de las siguientes potencias:

a) $x^2 = 36$



$$x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 6^2 \Rightarrow x = 6$$

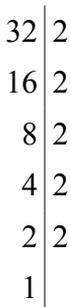
$$x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = (-6)^2 \Rightarrow x = -6$$

b) $x^3 = -8$



$$x^3 = -8 \Rightarrow x^3 = -2^3 \Rightarrow x^3 = (-2)^3 \Rightarrow x = -2$$

c) $x^5 = 32$



$$x^5 = 32 \Rightarrow x^5 = 2^5 \Rightarrow x = 2$$

d) $x^2=100$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ 2 \cdot 5 = 10 \\ 2 \cdot 5 = 10 \\ \end{array}$$

$$x^2=100 \Rightarrow x^2=10^2 \Rightarrow x=10$$

$$x^2=100 \Rightarrow x^2=(-10)^2 \Rightarrow x=-10$$

e) $x^3=27$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$x^3=27 \Rightarrow x^3=3^3 \Rightarrow x=3$$

f) $x^5=-32$

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$x^5=-32 \Rightarrow x^5=-2^5 \Rightarrow x^5=(-2)^5 \Rightarrow x=-2$$

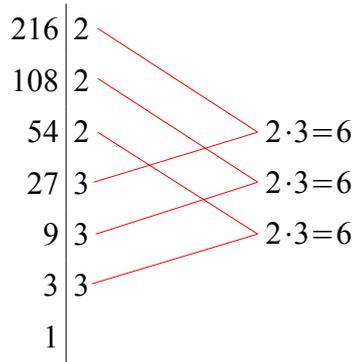
g) $x^2=49$

$$\begin{array}{r|l} 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$x^2=49 \Rightarrow x^2=7^2 \Rightarrow x=7$$

$$x^2=49 \Rightarrow x^2=(-7)^2 \Rightarrow x=-7$$

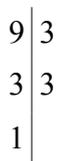
h) $x^3 = -216$



$$x^3 = -216 \Rightarrow x^3 = -6^3 \Rightarrow x^3 = (-6)^3 \Rightarrow x = -6$$

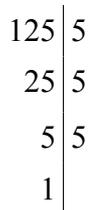
3.- Determina el exponente de las siguientes potencias:

a) $3^x = 9$



$$3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2$$

b) $(-5)^x = -125$

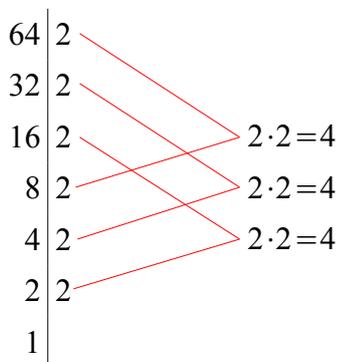


$$(-5)^x = -125 \Rightarrow (-5)^x = -5^3 \Rightarrow (-5)^x = (-5)^3 \Rightarrow x = 3$$

c) $10^x = 100.000.000$

$$10^x = 100.000.000 \Rightarrow 10^x = 10^8 \Rightarrow x = 8$$

d) $4^x = 64$



$$4^x = 64 \Rightarrow 4^x = 4^3 \Rightarrow x = 3$$

e) $2^x = 16$

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$2^x = 16 \Rightarrow 2^x = 2^4 \Rightarrow x = 4$$

f) $(-6)^x = -216$

$$\begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \cdot 3 = 6 \\ 2 \cdot 3 = 6 \\ 2 \cdot 3 = 6 \end{array}$$

$$(-6)^x = -216 \Rightarrow (-6)^3 = -6^3 \Rightarrow (-6)^3 = (-6)^3 \Rightarrow x = 3$$

g) $(-3)^x = 81$

$$\begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$(-3)^x = 81 \Rightarrow (-3)^x = (-3)^4 \Rightarrow x = 4$$

h) $3^x = 81$

$$3^x = 81 \Rightarrow 3^x = 3^4 \Rightarrow x = 4$$

Potencias de operaciones

4.- Calcula:

a) $(1+2)^2 = 3^2 = 9$

b) $10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$

c) $3^3 - 2^3 = 27 - 8 = 19$

d) $(7-5)^4 = 2^4 = 16$

e) $8^2 + 1^2 = 64 + 1 = 65$

f) $2^5 - 2^3 = 32 - 8 = 24$

5.- Calcula utilizando dos procedimientos distintos:

a)

1) $(3 \cdot 2 \cdot 4)^2 = 24^2 = 576$

2) $(3 \cdot 2 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 4 \cdot 16 = 576$

b)

1) $[2 \cdot 3 \cdot (-3)]^3 = (-18)^3 = -18^3 = -5.832$

2) $[2 \cdot 3 \cdot (-3)]^3 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot (-3)^3 = 8 \cdot 27 \cdot (-27) = -5.832$

c)

1) $(6:2)^4 = 3^4 = 81$

2) $(6:2)^4 = 6^4 : 2^4 = 1.296 : 16 = 81$

d)

1) $[(-15):3]^3 = (-5)^3 = -5^3 = -125$

2) $[(-15):3]^3 = (-15)^3 : 3^3 = -15^3 : 3^3 = -3.375 : 27 = -125$

6.- Calcula:

a) $(2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1.000$

b) $[(-3) \cdot 10]^3 = (-3)^3 \cdot 10^3 = -3^3 \cdot 10^3 = -27 \cdot 1.000 = -27.000$

c) $[(-12):(-2)]^3 = 6^3$

d) $[(-6):2]^4 = (-3)^4 = 3^4 = 81$

e) $(5 \cdot 2 \cdot 4)^2 = 40^2 = 1.600$

f) $[2 \cdot (-3) \cdot 5]^3 = (-30)^3 = -30^3 = -27.000$

g) $[(-16):8]^3 = (-2)^3 = -2^3 = -8$

h) $[6:(-3)]^5 = (-2)^5 = -2^5 = -32$

7.- Reduce a una sola potencia y calcula:

a) $7^3 \cdot 5^3 \cdot 4^3 = (7 \cdot 5 \cdot 4)^3 = 140^3$

b) $15^3 \cdot 6^3 : (-9)^3 = [15 \cdot 6 : (-9)]^3 = [90 : (-9)]^3 = (-10)^3 = -1.000$

c) $(10^4 : 2^4) : [20^4 : (-4)^4] = (10 : 2)^4 : [20 : (-4)]^4 = 5^4 : (-5)^4 = [5 : (-5)]^4 = (-1)^4 = 1^4 = 1$

d) $[(-24) : 6]^5 \cdot 3^5 = (-4)^5 \cdot 3^5 = [(-4) \cdot 3]^5 = (-12)^5 = -12^5$

8.- Expresa los números como producto de factores y reduce a una única potencia:

a) $8 \cdot 27 \cdot 125 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^3 = 30^3$

b) $32 \cdot 7^5 = 2^5 \cdot 7^5 = (2 \cdot 7)^5 = 14^5$

c) $49 \cdot 9 \cdot 25 = 7^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = (7 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 105^2$

d) $625 \cdot 16 \cdot 7^4 = 5^4 \cdot 2^4 \cdot 7^4 = (5 \cdot 2 \cdot 7)^4 = 70^4$

e) $(-5)^2 \cdot 36 \cdot 100 = 5^2 \cdot 6^2 \cdot 10^2 = (5 \cdot 6 \cdot 10)^2 = 300^2$

f) $(-6)^3 \cdot (-27) \cdot 1.000 = (-6)^3 \cdot (-3)^3 \cdot 10^3 = [(-6) \cdot (-3) \cdot 10]^3 = 180^3$

Operaciones con potencias de la misma base

9.- Calcula:

a) $1^0 = 1$

b) $(-1)^0 = 1$

c) $28^0 = 1$

d) $(-125)^0 = 1$

e) $357.987^0 = 1$

f) $(-34.515)^0 = 1$

g) $4.500^0 = 1$

h) $(-2.514)^0 = 1$

10.- Calcula:

a) $6^2 \cdot 6^4 = 6^6$

b) $(-3)^0 \cdot (-3)^5 = (-3)^5 = -3^5$

c) $(-4)^9 : (-4)^6 = (-4)^3 = -4^3 = -64$

- d) $(-3)^2 : (-3) = (-3)^1 = -3$
- e) $[(-3)^5]^4 = (-3)^{20} = 3^{20}$
- f) $(4^5)^2 = 4^{10}$
- g) $5^7 \cdot 5^4 = 5^{11}$
- h) $(-2) \cdot (-2)^7 = (-2)^8 = 2^8$
- i) $4^5 : 4^5 = 4^0 = 1$
- j) $(-3)^4 : (-3)^2 = (-3)^2 = 3^2 = 9$
- k) $[(-5)^0]^{12} = (-5)^0 = 1$
- l) $(9^7)^1 = 9^7$
- m) $9^5 \cdot 9^5 = 9^{10}$
- n) $9^7 : 9^2 = 9^5$
- ñ) $(-5)^5 : (-5)^4 = (-5)^1 = -5$
- o) $(10^7)^2 = 10^{14} = 100.000.000.000.000$
- p) $(10^2)^7 = 10^{14} = 100.000.000.000.000$
- q) $(-6)^2 \cdot (-6)^4 = (-6)^6 = 6^6$
- r) $3^2 \cdot 3^0 \cdot 3 \cdot 3^3 = 3^6$
- s) $(-5)^2 \cdot (-5)^2 \cdot (-5) = (-5)^5 = -5^5$
- t) $(-9)^{15} : (-9)^9 = (-9)^6 = 9^6$
- u) $[[(-1)^2]^5]^7 = (-1)^{70} = 1^{70} = 1$
- v) $[[(-10)^2]^2]^2 = (-10)^8 = 10^8 = 100.000.000$
- w) $[[(-10)^3]^3]^3 = (-10)^{27} = -10^{27} = 1.000.000.000.000.000.000.000.000.000$

11.- Determina el valor de la letra x en los siguientes casos:

- a) $x^3 \cdot x^2 = 3^5 \Rightarrow x = 3$
- b) $(-2)^4 \cdot (-2)^x = -2^7 \Rightarrow 4 + x = 7 \Rightarrow x = 3$

c) $x^8 : x^3 = 5^5 \Rightarrow x = 5$

d) $4^7 : 4^x = 4^3 \Rightarrow 7 - x = 3 \Rightarrow x = 4$

e) $[x^2]^6 = 9^{12} \Rightarrow x = 9$

f) $[(-3)^x]^3 = -3^9 \Rightarrow x \cdot 3 = 9 \Rightarrow x = 3$

g) $7^4 \cdot 7^x \cdot 7^2 = 7^7 \Rightarrow 4 + x + 2 = 7 \Rightarrow x + 6 = 7 \Rightarrow x = 1$

h) $[(11^3)^x]^4 = 11^{24} \Rightarrow 3 \cdot x \cdot 4 = 24 \Rightarrow 12 \cdot x = 24 \Rightarrow x = 2$

i) $12^6 : 12^x = 1 \Rightarrow 12^6 : 12^x = 12^0 \Rightarrow 6 - x = 0 \Rightarrow x = 6$

j) $(17^x)^{15} = 1 \Rightarrow (17^x)^{15} = 17^0 \Rightarrow x \cdot 15 = 0 \Rightarrow x = 0$

Cambio de base en potencias

12.- Expresa en base 2:

a) $128^5 = (2^7)^5 = 2^{35}$

$$\begin{array}{r|l} 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

b) $32^4 = (2^5)^4 = 2^{20}$

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$c) 8^3 = (2^3)^3 = 2^9$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$d) 1.024^3 = (2^{10})^3 = 2^{30}$$

$$\begin{array}{r|l} 1.024 & 2 \\ 512 & 2 \\ 256 & 2 \\ 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

13.- Expresa en base 3:

$$a) 81^2 = (3^4)^2 = 3^8$$

$$\begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$b) 27^7 = (3^3)^7 = 3^{21}$$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$c) 243^3 = (3^5)^3 = 3^{15}$$

$$\begin{array}{r|l} 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$d) 2.187^2 = (3^7)^2 = 3^{14}$$

$$\begin{array}{r|l} 2.187 & 3 \\ 729 & 3 \\ 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

14.- Expresa en base 5:

$$a) 125^3 = (5^3)^3 = 5^9$$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$b) 25^7 = (5^2)^7 = 5^{14}$$

$$c) 625^{10} = (5^4)^{10} = 5^{40}$$

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$d) 3.125^7 = (5^5)^7 = 5^{35}$$

$$\begin{array}{r|l} 3.125 & 5 \\ 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

15.- Expresa en una base más sencilla:

$$a) 16^5 = (2^4)^5 = 2^{20}$$

$$b) 27^3 = (3^3)^3 = 3^9$$

$$c) 1.000^4 = (10^3)^4 = 10^{12}$$

$$d) 25^8 = (5^2)^8 = 5^{16}$$

$$e) 64^3 = (2^6)^3 = 2^{18}$$

$$f) 8^5 = (2^3)^5 = 2^{15}$$

16.- Resuelve las siguientes operaciones con potencias:

$$a) 2^2 \cdot 4^3 = 2^2 \cdot (2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^6 = 2^8$$

$$b) 4^6 : 2^5 = (2^2)^6 : 2^5 = 2^{12} : 2^5 = 2^7$$

$$c) 16^2 \cdot 2^5 = (2^4)^2 \cdot 2^5 = 2^8 \cdot 2^5 = 2^{13}$$

$$d) 27^2 \cdot 3^3 = (3^3)^2 \cdot 3^3 = 3^6 \cdot 3^3 = 3^9$$

$$e) 5^2 \cdot 25^2 = 5^2 \cdot (5^2)^2 = 5^2 \cdot 5^4 = 5^6$$

$$f) 16^5 : 2^3 = (2^4)^5 : 2^3 = 2^{20} : 2^3 = 2^{17}$$

$$g) 81^2 : 3^2 = (3^4)^2 : 3^2 = 3^8 : 3^2 = 3^6$$

$$h) 2^3 \cdot 16^2 \cdot 32 = 2^3 \cdot (2^4)^2 \cdot 2^5 = 2^3 \cdot 2^8 \cdot 2^5 = 2^{16}$$

$$i) 25^2 \cdot 125^2 : 5^2 = (5^2)^2 \cdot (5^3)^2 : 5^2 = 5^4 \cdot 5^6 : 5^2 = 5^{10} : 5^2 = 5^8$$

$$j) 9^4 : 3^2 \cdot 27^2 = (3^2)^4 : 3^2 \cdot (3^3)^2 = 3^8 : 3^2 \cdot 3^6 = 3^6 \cdot 3^6 = 3^{12}$$

17.- Resuelve las siguientes operaciones con potencias:

a) $9 \cdot (-3)^3 \cdot (-3) = 3^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3) = (-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3) = (-3)^6 = 3^6$

b) $(-5)^2 \cdot 125 = 5^2 \cdot 5^3 = 5^5$

c) $(-4)^2 \cdot 4 \cdot 4^3 = 4^2 \cdot 4 \cdot 4^3 = 4^6$

d) $(-81) : (-3)^3 = (-3^4) : (-3^3) = 3$

e) $(-343) : (-49) = (-7^3) : (-7^2) = 7$

f) $(-27)^3 \cdot (-3)^2 = [(-3)^3]^3 \cdot (-3)^2 = (-3)^9 \cdot (-3)^2 = (-3)^{11} = -3^{11}$

g) $(3^2 - 5)^3 \cdot 2^7 = (9 - 5)^3 \cdot 2^7 = 4^3 \cdot 2^7 = (2^2)^3 \cdot 2^7 = 2^6 \cdot 2^7 = 2^{13}$

h) $(2^3 + 2)^2 \cdot 10^4 = (8 + 2)^2 \cdot 10^4 = 10^2 \cdot 10^4 = 10^6 = 1.000.000$

i) $(5^2 - 4^2)^6 \cdot 3^2 = (25 - 16)^6 \cdot 3^2 = 9^6 \cdot 3^2 = (3^2)^6 \cdot 3^2 = 3^{12} \cdot 3^2 = 3^{14}$

j) $(3^3 - 25)^5 \cdot 16^3 = (27 - 25)^5 \cdot (2^4)^3 = 2^5 \cdot 2^{12} = 2^{17}$

k) $6^2 \cdot 15^3 = (2 \cdot 3)^2 \cdot (3 \cdot 5)^3 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^3$

l) $40^3 : 16^2 = (8 \cdot 5)^3 : (2^4)^2 = (2^3 \cdot 5)^3 : 2^8 = (2^3)^3 \cdot 5^3 : 2^8 = 2^9 \cdot 5^3 : 2^8 = 2 \cdot 5^3 = 2 \cdot 125 = 250$

m) $100^3 \cdot 10^7 \cdot 1.000^2 = (10^2)^3 \cdot 10^7 \cdot (10^3)^2 = 10^6 \cdot 10^7 \cdot 10^6 = 10^{19}$

n) $15^2 \cdot 10^3 \cdot 18^4 = (3 \cdot 5)^2 \cdot (2 \cdot 5)^3 \cdot (2 \cdot 3^2)^4 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot 3^8 = 2^7 \cdot 3^{10} \cdot 5^5$

ñ) $(12^3 \cdot 18)^5 : 9^6 = [(2^2 \cdot 3)^3 \cdot 2 \cdot 3^2]^5 : (3^2)^6 = (2^6 \cdot 3^3 \cdot 2 \cdot 3^2)^5 : 3^{12} = (2^7 \cdot 3^5)^5 : 3^{12} = 2^{35} \cdot 3^{25} : 3^{12} = 2^{35} \cdot 3^{13}$

o) $(32 : 16)^4 : (16 : 8)^3 = 2^4 : 2^3 = 2$

Raíces cuadradas

18.- Calcula los números cuadrados perfectos comprendidos entre 100 y 300.

$$11^2 = 11 \cdot 11 = 121 \quad 12^2 = 12 \cdot 12 = 144 \quad 13^2 = 13 \cdot 13 = 169 \quad 14^2 = 14 \cdot 14 = 196$$

$$15^2 = 15 \cdot 15 = 225 \quad 16^2 = 16 \cdot 16 = 256 \quad 17^2 = 17 \cdot 17 = 289$$

19.- Comprueba si los siguientes números son cuadrados perfectos:

a) 36

$$6^2 = 36 \Rightarrow 36, \text{ número cuadrado perfecto}$$

b) 50

$$7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2 \Rightarrow 50, \text{ número no cuadrado perfecto}$$

c) 1.296

$$36^2 = 1.296 \Rightarrow 1.296, \text{ número cuadrado perfecto}$$

d) 136

$$11^2 = 121 < 136 < 144 = 12^2 \Rightarrow 136, \text{ número no cuadrado perfecto}$$

20.- ¿Qué terminaciones puede tener un número cuadrado perfecto? ¿Puede ser 31.629.377 un número cuadrado perfecto?

$$0^2=0 \quad 1^2=1 \quad 2^2=4 \quad 3^2=9 \quad 4^2=16 \quad 5^2=25 \quad 6^2=36 \quad 7^2=49 \quad 8^2=64 \quad 9^2=81$$

Terminaciones de un número cuadrado perfecto: 0, 1, 4, 5, 6, 9

$$31.629.377 \Rightarrow 31.629.377; \text{ número no cuadrado perfecto}$$

21.- Determina la cifra de las unidades en los siguientes cuadrados perfectos:

a) 388^2

$$8^2 = 64 \Rightarrow \text{cifra de las unidades} = 4$$

b) 253^2

$$3^2 = 9 \Rightarrow \text{cifra de las unidades} = 9$$

c) 2.550^2

$$0^2 = 0 \Rightarrow \text{cifra de las unidades} = 0$$

d) 999.999^2

$$9^2 = 81 \Rightarrow \text{cifra de las unidades} = 1$$

22.- Utilizando dos números cuadrados perfectos consecutivos, calcula la raíz cuadrada entera y el resto en los siguientes casos:

a) 15

$$3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2$$

$$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$$

$$3 < \sqrt{15} < 4$$

$$\sqrt{15} = 3$$

$$r = 15 - 3^2 = 15 - 9 = 6$$

b) 28

$$5^2 = 25 < 28 < 36 = 6^2$$

$$\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$$

$$5 < \sqrt{28} < 6$$

$$\sqrt{28} = 5 \quad r = 28 - 5^2 = 28 - 25 = 3$$

c) 70

$$8^2 = 64 < 70 < 81 = 9^2$$

$$\sqrt{64} < \sqrt{70} < \sqrt{81}$$

$$8 < \sqrt{70} < 9$$

$$\sqrt{70} = 8 \quad r = 70 - 8^2 = 70 - 64 = 6$$

d) 258 *Calculadora* $\rightarrow \sqrt{258} = 16,062378$

$$16^2 = 256 < 258 < 289 = 17^2$$

$$\sqrt{256} < \sqrt{258} < \sqrt{289}$$

$$16 < \sqrt{258} < 17$$

$$\sqrt{258} = 16 \quad r = 258 - 16^2 = 258 - 256 = 2$$

e) 748 *Calculadora* $\rightarrow \sqrt{748} = 27,349589$

$$27^2 = 729 < 748 < 784 = 28^2$$

$$\sqrt{729} < \sqrt{748} < \sqrt{784}$$

$$27 < \sqrt{748} < 28$$

$$\sqrt{748} = 27 \quad r = 748 - 27^2 = 748 - 729 = 19$$

f) 3.342 *Calculadora* $\rightarrow \sqrt{3.342} = 57,810034$

$$57^2 = 3.249 < 3.342 < 3.364 = 58^2$$

$$\sqrt{3.249} < \sqrt{3.342} < \sqrt{3.364}$$

$$57 < \sqrt{3.342} < \sqrt{58} \quad \sqrt{3.342} = 57 \quad r = 3.342 - 57^2 = 3.342 - 3.249 = 93$$

23.- Determina el número de cifras que tienen las raíces cuadradas de los siguientes números:

a) 7

$$\boxed{7} \Rightarrow \sqrt{7}, 1 \text{ cifra}$$

b) 58

$$\boxed{58} \Rightarrow \sqrt{58}, 1 \text{ cifra}$$

c) 349

$$\boxed{3} \boxed{49} \Rightarrow \sqrt{349}, 2 \text{ cifras}$$

d) 4.555

$$\boxed{45} \boxed{55} \Rightarrow \sqrt{4.555}, 2 \text{ cifras}$$

e) 98.725

$$\boxed{9} \boxed{87} \boxed{55} \Rightarrow \sqrt{98.725}, 3 \text{ cifras}$$

f) 232.617

$$\boxed{23} \boxed{26} \boxed{17} \Rightarrow \sqrt{232.617}, 3 \text{ cifras}$$

g) 7.009.560.998

$$\boxed{70} \boxed{09} \boxed{56} \boxed{09} \boxed{98} \Rightarrow \sqrt{7.009.560.998}, 5 \text{ cifras}$$

h) 35.000.768.664.006.897

$$\boxed{3} \boxed{50} \boxed{00} \boxed{76} \boxed{86} \boxed{64} \boxed{00} \boxed{68} \boxed{97} \Rightarrow \sqrt{35.000.768.664.006.897}, 9 \text{ cifras}$$

24.- Calcula, por aproximaciones, la raíz cuadrada de los siguientes números:

a) 18

1°.-

$$\boxed{18} \Rightarrow \sqrt{18}, 1 \text{ cifra}$$

2°.-

$$1^2 = 1 < 18$$

$$2^2 = 4 < 18$$

$$3^2 = 9 < 18$$

$$4^2 = 16 < 18$$

$$5^2 = 25 > 18$$

$$\sqrt{18} = 4$$

b) 118

1º.-

$$\boxed{1 \mid 18} \Rightarrow \sqrt{118}, 2 \text{ cifras}$$

2º.-

$$10^2 = 100 < 118$$

$$20^2 = 400 > 118$$

3º.-

$$11^2 = 121 > 118$$

$$\sqrt{118} = 10 \quad \text{Comprobación con la calculadora}$$

c) 5.325

1º.-

$$\boxed{53 \mid 25} \Rightarrow \sqrt{5.325}, 2 \text{ cifras}$$

2º.-

$$10^2 = 100 < 5.325$$

$$20^2 = 400 < 5.325$$

$$30^2 = 900 < 5.325$$

$$40^2 = 1.600 < 5.325$$

$$50^2 = 2.500 < 5.325$$

$$60^2 = 3.600 < 5.325$$

$$70^2 = 4.900 < 5.325$$

$$80^2 = 6.400 > 5.325$$

$$70 < \sqrt{5.325} < 80$$

3º.-

$$71^2 = 5.041 < 5.325$$

$$72^2 = 5.184 < 5.325$$

$$73^2 = 5.329 > 5.325$$

$$\sqrt{5.325} = 72 \quad \text{Comprobación con la calculadora}$$

d) 43.359

1°.-

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 33 & 59 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \sqrt{43.359}, 3 \text{ cifras}$$

2°.-

$$200^2 = 40.000 < 43.359$$

$$300^2 = 90.000 > 43.359$$

$$200 < \sqrt{43.359} < 300$$

3°.-

$$210^2 = 44.100 > 43.359$$

4°.-

$$201^2 = 40.401 < 43.359$$

$$202^2 = 40.804 < 43.359$$

$$203^2 = 41.209 < 43.359$$

$$204^2 = 41.616 < 43.359$$

$$205^2 = 42.025 < 43.359$$

$$206^2 = 42.436 < 43.359$$

$$207^2 = 42.849 < 43.359$$

$$208^2 = 43.264 < 43.359$$

$$209^2 = 43.681 > 43.359$$

$$\sqrt{43.359} = 208 \quad \text{Comprobación con la calculadora}$$

e) 758.857

1°.-

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 75 & 88 & 57 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \sqrt{758.857}, 3 \text{ cifras}$$

2°.-

$$800^2 = 640.000 < 758.857$$

$$900^2 = 810.000 > 758.857$$

$$800 < \sqrt{758.857} < 900$$

3°.-

$$810^2 = 656.100 < 758.857$$

$$820^2 = 672.400 < 758.857$$

$$830^2 = 688.900 < 758.857$$

$$840^2 = 705.600 < 758.857$$

$$850^2 = 722.500 < 758.857$$

$$860^2 = 739.600 < 758.857$$

$$870^2 = 756.900 < 758.857$$

$$880^2 = 774.400 > 758.857$$

$$870 < \sqrt{758.857} < 880$$

4°.-

$$871^2 = 758.641 < 758.857$$

$$872^2 = 760.384 > 758.857$$

$$\sqrt{758.857} = 871 \quad \text{Comprobación con la calculadora}$$

f) 690

1°.-

$$\boxed{6 \quad 90} \Rightarrow \sqrt{690}, 2 \text{ cifras}$$

2°.-

$$20^2 = 400 < 690$$

$$30^2 = 900 > 690$$

$$20 < \sqrt{690} < 30$$

3°.-

$$21^2 = 441 < 690$$

$$22^2 = 484 < 690$$

$$23^2 = 529 < 690$$

$$24^2 = 576 < 690$$

$$25^2 = 625 < 690$$

$$26^2 = 676 < 690$$

$$27^2 = 729 > 690$$

$$\sqrt{690} = 26 \quad \text{Comprobación con la calculadora}$$

g) 2.222

1°.-

$$\boxed{22 \mid 22} \Rightarrow \sqrt{2.222}, 2 \text{ cifras}$$

2°.-

$$40^2 = 1.600 < 2.222$$

$$50^2 = 2.500 > 2.222$$

$$40 < \sqrt{2.222} < 50$$

3°.-

$$45^2 = 2.025 < 2.222$$

$$46^2 = 2.116 < 2.222$$

$$47^2 = 2.209 < 2.222$$

$$48^2 = 2.304 > 2.222$$

$$\sqrt{2.222} = 47 \quad \text{Comprobación con la calculadora}$$

h) 25.025

1°.-

$$\boxed{2 \mid 50 \mid 25} \Rightarrow \sqrt{25.025}, 3 \text{ cifras}$$

2°.-

$$100^2 = 10.000 < 25.025$$

$$200^2 = 40.000 > 25.025$$

$$100 < \sqrt{25.025} < 200$$

3°.-

$$130^2 = 16.900 < 25.025$$

$$140^2 = 19.600 < 25.025$$

$$150^2 = 22.500 < 25.025$$

$$160^2 = 25.600 > 25.025$$

$$150 < \sqrt{25.025} < 160$$

4°.-

$$151^2 = 22.801 < 25.025$$

$$152^2 = 23.104 < 25.025$$

$$153^2 = 23.409 < 25.025$$

$$154^2 = 23.716 < 25.025$$

$$155^2 = 24.025 < 25.025$$

$$156^2 = 24.336 < 25.025$$

$$157^2 = 24.649 < 25.025$$

$$158^2 = 24.964 < 25.025$$

$$159^2 = 25.281 > 25.025$$

$$\sqrt{25.025} = 158 \quad \text{Comprobación con la calculadora}$$

25.- Estima entre que centenas se encuentra la raíz cuadrada de los siguientes números:

a) 12.500

1°.-

$$\boxed{1 \mid 25 \mid 00} \Rightarrow \sqrt{12.500}, 3 \text{ cifras}$$

2°.-

$$100^2 = 10.000 < 12.500$$

$$200^2 = 40.000 > 12.500$$

$$100 < \sqrt{12.500} < 200$$

b) 52.000

1°.-

$$\boxed{5 \mid 20 \mid 00} \Rightarrow \sqrt{52.000}, 3 \text{ cifras}$$

2°.-

$$100^2 = 10.000 < 52.000$$

$$200^2 = 40.000 < 52.000$$

$$300^2 = 90.000 > 52.000$$

$$200 < \sqrt{52.000} < 300$$

c) 95.600

1°.-

$$\boxed{9 \mid 56 \mid 00} \Rightarrow \sqrt{95.600}, 3 \text{ cifras}$$

2°.-

$$100^2 = 10.000 < 95.600$$

$$200^2 = 40.000 < 95.600$$

$$300^2 = 90.000 < 95.600$$

$$400^2 = 160.000 > 95.600$$

$$300 < \sqrt{95.600} < 400$$

d) 120.200

1°.-

$$\boxed{12 \mid 02 \mid 00} \Rightarrow \sqrt{120.200}, 3 \text{ cifras}$$

2°.-

$$100^2 = 10.000 < 120.200$$

$$200^2 = 40.000 < 120.200$$

$$300^2 = 90.000 < 120.200$$

$$400^2 = 160.000 > 120.200$$

$$300 < \sqrt{120.200} < 400$$

26.- Calcula el término desconocido x en los siguientes casos:

a) $\sqrt{x} = 11$; $r = 14$

$$x = 11^2 + 14 = 121 + 14 = 135$$

b) $\sqrt{79} = 8$; $r = x$

$$r = 79 - 8^2 = 79 - 64 = 15$$

c) $\sqrt{x} = 123$; $r = 11$

$$x = 123^2 + 11 = 15.129 + 11 = 15.140$$

e) $\sqrt{375.484}$

$\sqrt{\quad}$ $\underline{37\ 54\ 84}$ $- 36$ \hline 0154 $- 121$ \hline 03384 $- 2444$ \hline $r = 0940$	612 <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $121 \cdot 1 = 121$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $1222 \cdot 2 = 2.444$
---	--

$$\sqrt{375.484} = 612; \quad r = 940$$

Comprobación:

$$612^2 + 940 = 374.544 + 940 = 375.484$$

f) $\sqrt{324}$

$\sqrt{\quad}$ $\underline{3\ 24}$ $- 1$ \hline 224 $- 224$ \hline $r = 000$	18 <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $28 \cdot 8 = 224$
---	---

$$\sqrt{324} = 18; \quad r = 0 \Rightarrow \text{raíz cuadrada exacta}$$

Comprobación: $18^2 = 324$

g) $\sqrt{7.275}$

$\sqrt{\quad}$ $\underline{72\ 75}$ $- 64$ \hline 0875 $- 825$ \hline $r = 050$	85 <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $165 \cdot 5 = 825$
--	--

$$\sqrt{7.275} = 85; \quad r = 50$$

Comprobación: $85^2 = 7.225 + 50 = 7.275$

h) $\sqrt{83.083}$

$\sqrt{\quad}$ $\underline{8\ 30\ 83}$ $- 4$ \hline 430 $- 384$ \hline 04683 $- 4544$ \hline $r = 0139$	288 <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $48 \cdot 8 = 384$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $568 \cdot 8 = 4.544$
--	--

$$\sqrt{83.083} = 288; \quad r = 139$$

Comprobación:

$$288^2 + 139 = 82.944 + 139 = 83.083$$

i) $\sqrt{715.517}$

$\sqrt{\quad}$ $\quad 71 \ 55 \ 17$ $- 64$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $\quad 0755$ $- 656$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $\quad 09917$ $- 8425$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $r = \quad 1492$	845 <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $164 \cdot 4 = 656$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $1685 \cdot 5 = 8.425$
---	--

$$\sqrt{715.517} = 845; r = 1.492$$

Comprobación:

$$845^2 + 1.492 = 714.025 + 1.492 = 715.517$$

j) $\sqrt{468.864}$

$\sqrt{\quad}$ $\quad 46 \ 88 \ 64$ $- 36$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $\quad 1088$ $- 1024$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $\quad 006464$ $- 5456$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $r = \quad 1008$	684 <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $128 \cdot 8 = 1.024$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $1364 \cdot 4 = 5.456$
---	--

$$\sqrt{468.864} = 684; r = 1.008$$

Comprobación:

$$684^2 + 1.008 = 467.856 + 1.008 = 468.864$$

Operaciones combinadas con potencias y raíces cuadradas

28.- Calcula:

a) $(-3)^2 \cdot 3^2 = 3^2 \cdot 3^2 = 3^4 = 81$

b) $-5^2 \cdot 5^3 = -5^8$

c) $[(-6)^2]^3 : (-6)^2 = (-6)^6 : (-6)^2 = (-6)^4 = 6^4$

d) $(-12^6)^5 : 12^{10} = -12^{30} : 12^{10} = -12^{20}$

e) $(-12^3)^5 \cdot (-12^0) = -12^{15} \cdot (-1) = 12^{15}$

f) $[-(-2^4)]^5 : (2^5)^3 = (2^4)^5 : (2^5)^3 = 2^{20} : 2^{15} = 2^5 = 32$

g) $2^5 \cdot (2^2)^7 : 2^{12} = 2^5 \cdot 2^{14} : 2^{12} = 2^{19} : 2^{12} = 2^7$

h) $(-3)^3 \cdot (-3)^5 : (-3)^6 = (-3)^8 : (-3)^6 = (-3)^2 = 3^2 = 9$

c) $3^5 \cdot (3^4 \cdot 3^3)^6 = 3^5 \cdot (3^7)^6 = 3^5 \cdot 3^{42} = 3^{47}$

$$j) (5^6 \cdot 5^3)^7 : (5^5 \cdot 5)^3 = (5^3)^7 : (5^6)^3 = 5^{21} : 5^{18} = 5^3 = 125$$

$$k) (7^2)^3 \cdot 7^5 : 7^7 = 7^6 \cdot 7^5 : 7^7 = 7^{11} : 7^7 = 7^4$$

$$l) 2^{10} : (2^2)^4 \cdot 2^7 \cdot (2^5 \cdot 2)^3 = 2^{10} : 2^8 \cdot 2^7 \cdot (2^6)^3 = 2^{10} : 2^8 \cdot 2^7 \cdot 2^{18} = 2^2 \cdot 2^7 \cdot 2^{18} = 2^{27}$$

29.- Resuelve las siguientes operaciones con potencias:

$$a) 24^5 : 12^4 = (2^3 \cdot 3)^5 : (2^2 \cdot 3)^4 = (2^{15} \cdot 3^5) : (2^8 \cdot 3^4) = 2^7 \cdot 3$$

$$b) 100^5 \cdot (5^2)^2 = (2^2 \cdot 5^2)^5 \cdot (5^2)^2 = 2^{10} \cdot 5^{10} \cdot 5^4 = 2^{10} \cdot 5^{14}$$

$$c) 40^5 : 8^4 \cdot 5^6 = (2^3 \cdot 5)^5 : (2^3)^4 \cdot 5^6 = 2^{15} \cdot 5^5 : 2^{12} \cdot 5^6 = 2^3 \cdot 5^{11}$$

$$d) 27^6 \cdot 2^5 : 54^4 = (3^3)^6 \cdot 2^5 : (2 \cdot 3^3)^4 = 3^{18} \cdot 2^5 : (2^4 \cdot 3^{12}) = 2 \cdot 3^6$$

30.- Calcula:

$$a) [(-2)^2 \cdot (-2)^4] : (-2)^5 = (-2)^6 : (-2)^5 = -2$$

$$b) (8^3 \cdot 4^3) : (6^2 \cdot 3^2) = (8 \cdot 4)^3 : (6 \cdot 3)^2 = 2^3 \cdot 2^2 = 2$$

$$c) (-2)^4 \cdot [(-8)^2 : (-4)^2] = 2^4 \cdot (8^2 : 4^2) = 2^4 \cdot (8 : 4)^2 = 2^4 \cdot 2^2 = 2^6$$

$$d) [3^3 \cdot (3^2)^5]^2 : (3^6)^4 = (3^3 \cdot 3^{10})^2 : 3^{24} = (3^{13})^2 : 3^{24} = 3^{26} : 3^{24} = 3^2 = 9$$

$$e) (27 \cdot 3^4) : (3^3)^2 = (3^3 \cdot 3^4) : 3^6 = 3^7 : 3^6 = 3$$

$$f) (-25)^3 \cdot 5^4 : 5^2 = (-5^2)^3 \cdot 5^4 : 5^2 = -5^6 \cdot 5^4 : 5^2 = -5^{10} : 5^2 = -5^8$$

31.- Calcula:

$$a) 3^2 + 4 \cdot 5 - \sqrt{36} = 9 + 20 - 6 = 29 - 6 = 23$$

$$b) -3^4 + (4 - 5 \cdot 2)^2 = -3^4 + (4 - 10)^2 = -3^4 + (-6)^2 = -3^4 + 6^2 = -81 + 36 = -45$$

$$c) [3 \cdot (4^2 - 3^2)] : (-\sqrt{49}) = [3 \cdot (16 - 9)] : (-7) = (3 \cdot 7) : (-7) = 21 : (-7) = -3$$

$$d) [2 \cdot (-4^2 - 3^2)] \cdot (-5) = [2 \cdot (-16 - 9)] \cdot (-5) = [2 \cdot (-25)] \cdot (-5) = -50 \cdot (-5) = 250$$

$$e) [\sqrt{5^2} \cdot (-1)^3 + 3]^2 - 28 : (-2^2) = [5 \cdot (-1) + 3]^2 - 28 : (-4) = (-5 + 3)^2 - 28 : (-4) = (-2)^2 - 28 : (-4) = 4 - 28 : (-4) = 4 + 7 = 11$$

$$f) [-(-10^2)^3]^1 : (11^4 \cdot 11^2) = -(-10^2)^3 : 11^6 = -(-10^6) : 11^6 = 10^6 : 11^6 = (10 : 11)^6$$

32.- Calcula:

a) $(10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$

b) $(3^2 + 4^2 + 3^2 \cdot 4^2) : (5 - 2 \cdot 3^2) = (9 + 16 + 9 \cdot 16) : (5 - 2 \cdot 9) = (9 + 16 + 144) : (5 - 18) = 169 : (-13) = -13$

c) $(-2)^3 + (-2^3) - (-2^4) - (-2)^4 = -8 + (-8) - (-16) - 16 = -8 - 8 + 16 - 16 = 16 - 32 = -16$

d) $16 - 3 \cdot 2^2 - (-2)^2 \cdot [6 \cdot 2^0 - (3 - 5)^2] = 16 - 3 \cdot 4 - 4 \cdot [6 \cdot 1 - (-2)^2] = 16 - 12 - 4 \cdot (6 - 4) = 16 - 12 - 4 \cdot 2 = 16 - 12 - 8 = 16 - 20 = -4$

e) $(4 - 3)^2 - 5 \cdot (2^2 - 7) = 1^2 - 5 \cdot (4 - 7) = 1 - 5 \cdot (-3) = 1 + 15 = 16$

f) $6^2 - 5^2 \cdot 4^2 + 7^2 = 36 - 25 \cdot 16 + 49 = 36 - 400 + 49 = 85 - 400 = -315$

g) $(3 - 5)^2 : (-1) \cdot 6 - 5^2 = (-2)^2 : (-1) \cdot 6 - 25 = 4 : (-1) \cdot 6 - 25 = -4 \cdot 6 - 25 = -24 - 25 = -49$

h) $3^4 - 2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 3^0 = 81 - 2 \cdot 27 + 5 \cdot 9 - 6 \cdot 3 + 1 = 81 - 54 + 45 - 18 + 1 = 127 - 72 = 55$

i) $5 - 3 \cdot [4 - 12 : (-6)]^2 = 5 - 3 \cdot (4 + 2)^2 = 5 - 3 \cdot 6^2 = 5 - 3 \cdot 36 = 5 - 108 = -103$

j) $-(-2^3) - 3 \cdot [5^2 - (4^2 - 2^2)] = -(-8) - 3 \cdot [25 - (16 - 4)] = 8 - 3 \cdot (25 - 12) = 8 - 3 \cdot 13 = 8 - 39 = -31$

33.- Calcula:

a) $5 - 7 \cdot (-1)^3 + \sqrt{(-1)^4} + 2 \cdot 5 = 5 - 7 \cdot (-1) + \sqrt{1} + 10 = 5 + 7 + 1 + 10 = 23$

b) $3^2 - 2^2 \cdot [5 - 3 \cdot (-1)^5] = 9 - 4 \cdot [5 - 3 \cdot (-1)] = 9 - 4 \cdot (5 + 3) = 9 - 4 \cdot 8 = 9 - 32 = -23$

c) $\sqrt{2^2} - 3 \cdot (-2)^2 \cdot 5 + 4^3 : 2^4 = 2 - 3 \cdot 4 \cdot 5 + 64 : 16 = 2 - 12 \cdot 5 + 4 = 2 - 60 + 4 = 6 - 60 = -54$

d) $\sqrt{16} - 3 \cdot 2^2 - (-2)^0 \cdot [3 \cdot 2^2 - (5 - 3)^2] = 4 - 3 \cdot 4 - 1 \cdot (3 \cdot 4 - 2^2) = 4 - 12 - 1 \cdot (12 - 4) = 4 - 12 - 1 \cdot 8 = 4 - 12 - 8 = 4 - 20 = -16$

e) $6 \cdot (-1)^3 - 3^2 \cdot 2 : \sqrt{6^2} = 6 \cdot (-1) - 9 \cdot 2 : 6 = -6 - 18 : 6 = -6 - 3 = -9$

f) $5^2 \cdot (\sqrt{64} + 8 : 2) = 25 \cdot (8 + 4) = 25 \cdot 12 = 300$

g) $(9^2 - 7^2) : \sqrt{64} = (81 - 49) : 8 = 32 : 8 = 4$

h) $(-\sqrt{49} + 3^4 : 3^2)^5 = (-7 + 3^2)^5 = (-7 + 9)^5 = 2^5 = 32$

i) $3^2 - \sqrt{(5 - 3)^4} \cdot (-2^2) = 9 - \sqrt{2^4} \cdot (-4) = 9 - \sqrt{16} \cdot (-4) = 9 - 4 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$

j) $\sqrt{(-8)^2} : (-2)^2 \cdot (-1^6) = -8 : 4 \cdot (-1) = -2 \cdot (-1) = 2$

$$k) 3 \cdot \sqrt{5^2 - 3^2} + 4^3 : (1^{23} + 3^0)^4 = 3 \cdot 5 - 9 + 64 : (1 + 1)^4 = 15 - 9 + 64 : 2^4 = 15 - 9 + 64 : 16 = \\ = 15 - 9 + 4 = 19 - 9 = 10$$

$$l) 3^2 \cdot \sqrt{49} - \sqrt{36} \cdot (6^2 - 4^2) = 9 \cdot 7 - 6 \cdot (36 - 16) = 9 \cdot 7 - 6 \cdot 20 = 63 - 120 = -57$$

34.- Calcula:

$$a) \sqrt{10^2} - [2 \cdot (-2)^2]^2 - 2 \cdot 5^2 = 10 - (2 \cdot 4)^2 - 2 \cdot 25 = 10 - 8^2 - 50 = 10 - 64 - 50 = 10 - 114 = -104$$

$$b) (6 - 2^2) - (-2)^3 \cdot [2^4 - 4^2 \cdot (5 - 3)^2] = (6 - 4) - (-8) \cdot [2^4 - 4^2 \cdot (2)^2] = 2 + 8 \cdot (16 - 16 \cdot 4) = \\ = 2 + 8 \cdot (16 - 64) = 2 + 8 \cdot (-48) = 2 - 384 = -382$$

$$c) 5 - 2 \cdot 7 - (-1^4) \cdot [3^2 - (-2)^2 \cdot (-5) : (-2^2)] = 5 - 14 - (-1) \cdot [9 - 4 \cdot (-5) : (-4)] = \\ = 5 - 14 + 1 \cdot [9 + 20 : (-4)] = 5 - 14 + 1 \cdot (9 - 5) = 5 - 14 + 1 \cdot 4 = 5 - 14 + 4 = 9 - 14 = -5$$

$$d) [-2 \cdot (4 - 5)]^4 : (-4) - 2 \cdot [-(-1^3) \cdot (2 \cdot 3 - \sqrt{9})^2 - 4^2] = \\ = [-2 \cdot (-1)]^4 : (-4) - 2 \cdot [-(-1) \cdot (6 - 3)^2 - 4^2] = 2^4 : (-4) - 2 \cdot (1 \cdot 3^2 - 4^2) = \\ = 16 : (-4) - 2 \cdot (1 \cdot 9 - 16) = -4 - 2 \cdot (9 - 16) = -4 - 2 \cdot (-7) = -4 + 14 = 10$$

Resolución de problemas

35.- Unos caramelos vienen en envases de 10. A su vez, estos paquetes se empaquetan en cajas de 10 unidades, y estas cajas se almacenan en contenedores con capacidad para 10 cajas. ¿Cuántos caramelos hay en total en un contenedor?

$$10 \text{ cajas/contenedor} \cdot 10 \text{ paquetes/caja} \cdot 10 \text{ caramelos/paquete} = \\ = 10^3 \text{ caramelos/contenedor} = 1.000 \text{ caramelos/contenedor}$$

36.- Un barco ha descargado en el puerto de Cádiz 20 contenedores, dentro de cada contenedor hay 20 cajones de madera, en cada cajón hay 20 cajas de cartón y cada caja contiene 20 latas de atún en aceite de oliva. ¿Cuántas latas de atún se han descargado?

$$20 \text{ contenedores} \cdot 20 \text{ cajones/contenedor} \cdot 20 \text{ cajas/cajón} \cdot 20 \text{ latas/caja} = 20^4 \text{ latas de atún} = \\ = 160.000 \text{ latas de atún}$$

37.- Una caja contiene ocho *packs* de botes de refresco, y cada *packs* está formado por ocho botes. Expresa el número total de botes de las siguientes formas:

a) Usando potencias de 8.

$$1 \text{ caja} \cdot 8 \text{ packs/caja} \cdot 8 \text{ botes/packs} = 8^2 \text{ botes}$$

b) Usando potencias de 2.

$$8^2 \text{ botes} = (2^3)^2 \text{ botes} = 2^6 \text{ botes}$$

c) Usando potencias de 4.

$$2^6 \text{ botes} = (2^2)^3 \text{ botes} = 4^3 \text{ botes}$$

38.- Tenemos 5 cajas. Cada caja contiene 5 montones de 5 billetes de 5 €. Escribe en forma de potencia el número de billetes y el número de euros que hay en las cinco cajas.

$$5 \text{ cajas} \cdot 5 \text{ montones/caja} \cdot 5 \text{ billetes/montón} = 5^3 \text{ billetes}$$

$$5^3 \text{ billetes} \cdot 5 \text{ €/billete} = 5^4 \text{ €}$$

39.- Ana cuenta una noticia a 5 personas. A la hora siguiente, cada una de ellas se la cuenta a otras 5 y así sucesivamente. ¿Cuánto tardan en conocerla 100.000 personas?

$$0 \text{ h} \rightarrow 5^0 = 1 \text{ persona}$$

$$1 \text{ h} \rightarrow 5^0 + 5^1 = 1 + 5 = 6 \text{ personas}$$

$$2 \text{ h} \rightarrow 5^0 + 5^1 + 5^2 = 6 + 25 = 31 \text{ personas}$$

$$3 \text{ h} \rightarrow 5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3 = 31 + 125 = 156 \text{ personas}$$

$$4 \text{ h} \rightarrow 5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4 = 156 + 625 = 781 \text{ personas}$$

$$5 \text{ h} \rightarrow 5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 = 781 + 3.125 = 3.906 \text{ personas}$$

$$6 \text{ h} \rightarrow 5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 = 3.906 + 15.625 = 19.531 \text{ personas}$$

$$7 \text{ h} \rightarrow 5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + 5^7 = 19.531 + 78.125 = 97.656 \text{ personas}$$

40.- Silvia se entera de un rumor, y al minuto se lo ha contado a 2 amigos, con lo que en total hay 3 personas que los saben. Un minuto después, cada uno se lo ha contado a otras dos personas distintas, así que ya lo saben en total 9 personas. Cada una de ellas hace lo mismo, y así sucesivamente.

a) ¿Cuántas personas conocerán el rumor después de 5 min?

$$0 \text{ min} \rightarrow 3^0 = 1 \text{ persona}$$

$$1 \text{ min} \rightarrow 3^1 = 3 \text{ personas}$$

$$2 \text{ min} \rightarrow 3^2 = 9 \text{ personas}$$

$$3 \text{ min} \rightarrow 3^3 = 27 \text{ personas}$$

$$4 \text{ min} \rightarrow 3^4 = 81 \text{ personas}$$

$$5 \text{ min} \rightarrow 3^5 = 243 \text{ personas}$$

b) ¿Cuántas lo sabrán a los 60 min?

$$60 \text{ min} \rightarrow 3^{60} = 42.391.158.270.000.000.000.000.000 \text{ personas}$$

c) ¿Cuántas lo sabrán después de n min?

$$n \text{ min} \rightarrow 3^n \text{ personas}$$

41.- Un cierto tipo de bacterias se reproduce dividiéndose en dos cada 5 minutos. Calcula cuántas bacterias se han generado en dos horas y media.

$$0 \text{ min} \rightarrow 2^0 = 1 \text{ bacteria}$$

$$5 \text{ min} \rightarrow 2^1 = 2 \text{ bacterias}$$

$$10 \text{ min} \rightarrow 2^2 = 4 \text{ bacterias}$$

$$15 \text{ min} \rightarrow 2^3 = 8 \text{ bacterias}$$

$$20 \text{ min} \rightarrow 2^4 = 16 \text{ bacterias}$$

.....

$$50 \text{ min} \rightarrow 2^{50:5} = 2^{10} = 1.024 \text{ bacterias}$$

.....

$$100 \text{ min} \rightarrow 2^{100:5} = 2^{20} = 1.048.576 \text{ bacterias}$$

.....

42.- David tiene 12 camisetas y 12 pantalones, distintos. ¿De cuántas formas puede vestirse combinando una camiseta y un pantalón?

$$12 \cdot 12 = 12^2 = 144 \text{ formas}$$

43.- En informática, 1 GB equivale a 2^{10} MB. Si un lápiz de memoria tiene 32 GB, ¿cuántos MB son?

- a) 2^{15} b) 2^{50} c) 4^{15} d) 4^{50}

$$32 \text{ GB} \cdot 2^{10} \text{ MB/GB} = 2^5 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^{15} \text{ MB}$$

44.- Juan participa en el desfile de un carnaval. Su comparsa forma 9 filas de 6 personas cada una.

a) ¿Podrían desfilan formando un cuadrado, sin que sobre nadie? Si no es así, ¿cuántas personas sobrarían?



$$9 \text{ filas} \cdot 6 \text{ personas/ fila} = 54 \text{ personas}$$

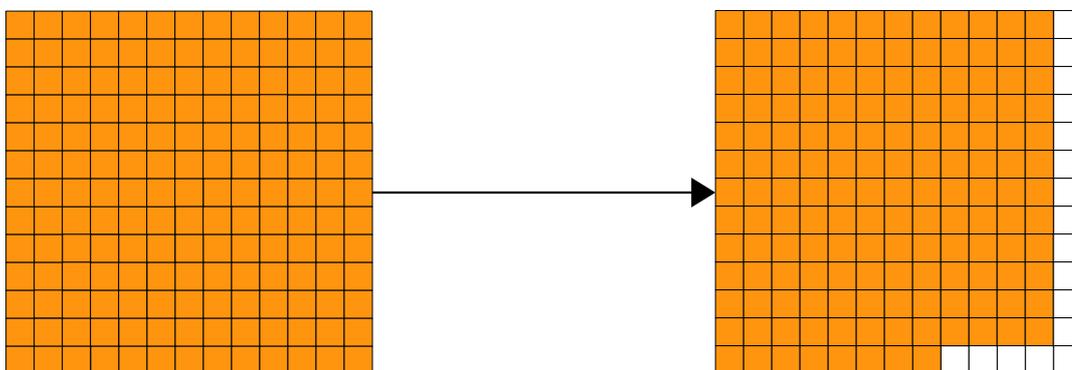
$$7^2 = 49 < 54 < 8^2 = 64 \quad 54 \text{ personas} - 49 \text{ personas} = 5 \text{ personas sobrarían}$$

b) ¿Cuántas personas más necesitarían para formar un cuadrado?



$$64 \text{ personas} - 54 \text{ personas} = 10 \text{ personas más}$$

45.- Jesús tiene colocados todos sus cromos formando un cuadrado de 13 cromos de lado. Un amigo se ha llevado varios cromos, de forma que el número que queda tiene raíz entera 12 y resto 8. ¿Cuántos cromos se llevó su amigo?



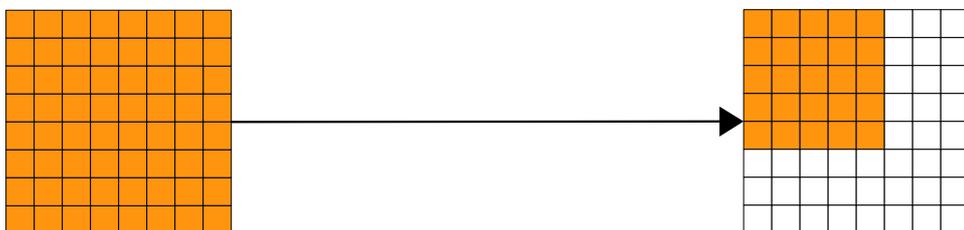
$$13^2 = 169 \text{ cromos tenía}$$

$$\sqrt{x} = 12; r = 8 \Rightarrow x = 12^2 + 8 = 144 + 8 = 152 \text{ cromos quedan}$$

$$169 - 152 = 17 \text{ cromos se llevó el amigo}$$

46.- Un cuadrado está formado por 64 puntos.

a) ¿Cuántos puntos habría que quitar para formar un cuadrado cuyo lado tuviera 3 puntos menos?

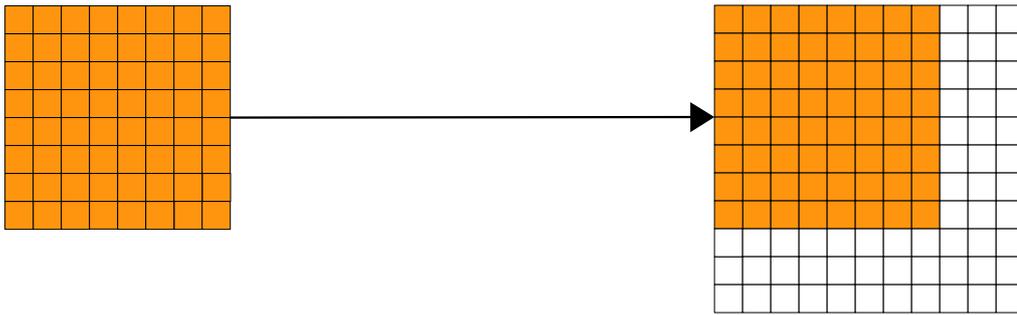


$$\sqrt{64} = 8 \text{ cuadrados de lado}$$

$$3 \text{ puntos menos de lado} \Rightarrow 8 - 3 = 5 \text{ puntos de lado} \Rightarrow 5^2 = 25 \text{ puntos}$$

$$64 - 25 = 39 \text{ puntos habría que quitar}$$

b) ¿Cuántos puntos habría que añadir para formar un cuadrado cuyo lado tuviera 3 puntos más?

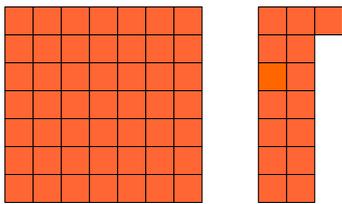


$$\sqrt{64} = 8 \text{ cuadrados de lado}$$

$$3 \text{ puntos más de lado} \Rightarrow 8 + 3 = 11 \text{ puntos de lado} \Rightarrow 11^2 = 121 \text{ puntos}$$

$$121 - 64 = 57 \text{ puntos habría que añadir}$$

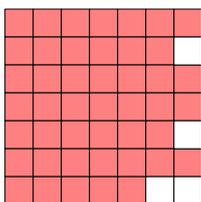
47.- Los caramelos de un montón se han dispuesto en 7 filas y en 7 columnas, y sobran 15 caramelos. ¿Cuántos había en el montón?



$$7 \text{ filas} \cdot 7 \text{ columnas} = 7^2 \text{ caramelos} = 49 \text{ caramelos}$$

$$49 \text{ caramelos} + 15 \text{ caramelos} = 64 \text{ caramelos}$$

48.- Calcula la raíz cuadrada entera del número que representa la figura. Calcula el resto. Calcula cuanto falta para que sea cuadrado perfecto.

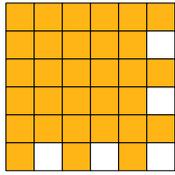


$$N^{\circ} \text{ de fichas cuadradas} = 6^2 + 9 = 36 + 9 = 45$$

$$\sqrt{45} = 6; \quad r = 45 - 6^2 = 45 - 36 = 9$$

$$7^2 - 45 = 49 - 45 = 4 \text{ fichas cuadradas faltan}$$

49.- ¿Cuántas fichas cuadradas, como mínimo, hay que añadir a la figura para formar un cuadrado?

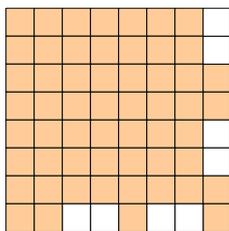


$$N^{\circ} \text{ de fichas cuadradas} = 5^2 + 6 = 25 + 6 = 31$$

$$\text{Siguiente cuadrado perfecto} \rightarrow 6^2 = 36$$

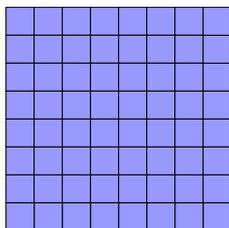
$$36 - 31 = 5 \text{ fichas cuadradas hay que añadir}$$

50.- Observa la figura y determina la raíz cuadrada entera y el resto del número 56.

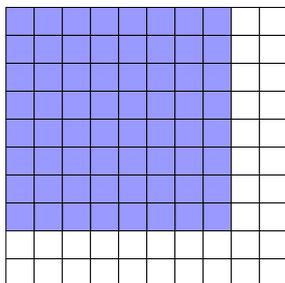


$$\sqrt{56} = 7; \quad r = 56 - 7^2 = 56 - 49 = 7$$

51.- Observa la figura:



¿Cuántas fichas cuadradas habrá que añadir al cuadrado para obtener otro cuadrado cuyo lado tenga 2 unidades más que el primero?

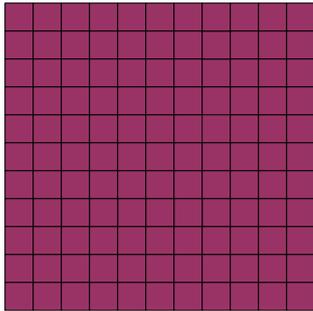


$$64 \text{ fichas cuadradas} \Rightarrow 8 \text{ fichas cuadradas de lado}$$

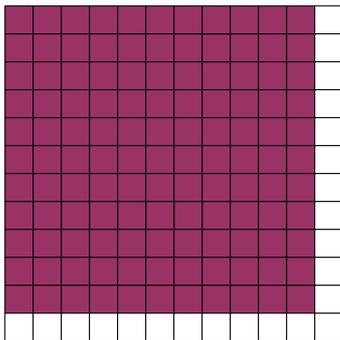
$$8 + 2 = 10 \text{ fichas cuadradas de lado} \Rightarrow 10^2 = 100 \text{ fichas cuadradas}$$

$$100 - 64 = 36 \text{ fichas cuadradas habrá que añadir}$$

52.- Observa la figura:



¿Cuántos fichas cuadradas hay que añadir para que el cuadrado tenga 12 fichas de lado?

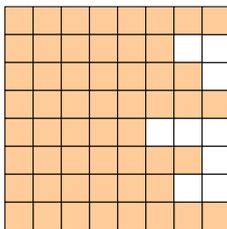


$$11^2 = 121 \text{ fichas cuadradas}$$

$$12^2 = 144 \text{ fichas cuadradas}$$

$$144 - 121 = 23 \text{ fichas cuadradas habrá que añadir}$$

53.- Elena cuenta sus canicas. Para hacerlo, las coloca en filas. Su hermano menor intenta ayudar, pero no coloca en todas las filas el mismo número de canicas. El resultado es el siguiente:



a) ¿Cuántas canicas tiene?

55 canicas

b) ¿Se pueden volver a colocar todas las canicas formando un cuadrado?

$7^2 = 49 < 55 < 8^2 = 64 \Rightarrow 55$; número no cuadrado perfecto \Rightarrow no es posible formar un cuadrado

c) ¿Cuál es la raíz cuadrada del número de canicas? ¿Y el resto?

$\sqrt{55} = 7$; $r = 55 - 49 = 6$

d) ¿Cuál es el número mínimo de canicas que habría que añadir para formar un cuadrado?

64; número cuadrado perfecto $\Rightarrow 64 - 55 = 9$ canicas habría que añadir

54.- Una de las preguntas de un televisivo es el año del descubrimiento de América. El concursante no lo recuerda y el presentador le da unas pistas.

- Su raíz cuadrada entera es 38, y le faltan 29 años para ser un cuadrado perfecto.

- ¡Pues vaya ayuda! - piensa el concursante.

Con estas pistas, ¿serías capaz de averiguar el año?

$$38^2 < x < 39^2 = 1521 \Rightarrow x = 1521 - 29 = 1492$$

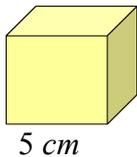
55.- La raíz cuadrada exacta de un número es 63. ¿Cuántas unidades, como mínimo, habrá que sumarle para obtener otro cuya raíz cuadrada sea exacta?

$$63^2 = 3.969 < x < 64^2 = 4.096 \Rightarrow 4.096 - 3.969 = 127 \text{ unidades habrá que sumarle}$$

56.- La raíz cuadrada exacta de un número es 85. ¿Cuántas unidades habrá que sumar a dicho número para que la raíz cuadrada del resultado sea exacta y de una unidad mayor?

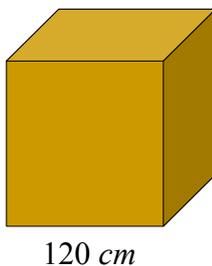
$$85^2 = 7.225 < x < 86^2 = 7.396 \Rightarrow 7.396 - 7.225 = 171 \text{ unidades habrá que sumar}$$

57.- Calcula el volumen de un cubo de 5 cm de arista.



$$\text{Volumen del cubo} = 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 5^3 \text{ cm}^3 = 125 \text{ cm}^3$$

58.- Un contenedor tiene forma cúbica y su arista mide 120 cm. En el interior se apilan cajas de forma cúbica de 10 cm de arista.



a) ¿Cuántas cajas se necesitan para hacer una torre de la misma altura que el contenedor?

$$120 \text{ cm} : 10 \text{ cm/ caja} = 12 \text{ cajas}$$

b) ¿Cuántas cajas serán necesarias para rellenar completamente el contenedor?

$$12 \cdot 12 \cdot 12 \text{ cajas} = 12^3 \text{ cajas} = 1.728 \text{ cajas}$$

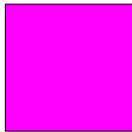
59.- Calcula el área y el perímetro de un cuadrado de 7 cm de lado.



$$\text{Área} = \text{lado} \cdot \text{lado} = l \cdot l = l^2 = (7 \text{ cm})^2 = 49 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perímetro} = l + l + l + l = 4l = 4 \cdot 7 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$$

60.- Un póster cuadrado mide 8.100 cm^2 . ¿Cuánto mide su lado? ¿Y su perímetro?

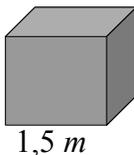


$$A = 8.100 \text{ cm}^2$$

$$A = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{A} = \sqrt{8.100 \text{ cm}^2} = 90 \text{ cm}$$

$$P = 4 \cdot l = 4 \cdot 90 \text{ cm} = 360 \text{ cm}$$

61.- En un contenedor cúbico de $1,5 \text{ m}$ de arista se introducen cubos de 1 dm de arista, hasta llenarlo completamente. ¿Cuántos decímetros cúbicos hay en el contenedor?

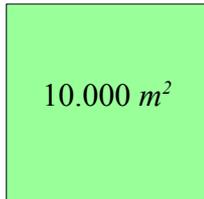


$$\text{Arista} \rightarrow 1,5 \text{ m} \cdot 10 = 15 \text{ dm}$$

$$\text{Volumen del contenedor} \rightarrow 15 \text{ dm} \cdot 15 \text{ dm} \cdot 15 \text{ dm} = 15^3 \text{ dm}^3 = 3.375 \text{ dm}^3$$

62.- Un campo cuadrangular tiene 10.000 m^2 de superficie.

- ¿Cuánto mide su lado?
- ¿Cuál es su perímetro?

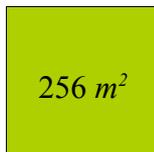


$$\text{Área} = l^2$$

$$l^2 = A \Rightarrow \sqrt{l^2} = \sqrt{A} \Rightarrow l = \sqrt{10.000 \text{ m}^2} = 100 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot l = 4 \cdot 100 \text{ m} = 400 \text{ m}$$

63.- Se desea vallar un campo cuadrangular de 256 m^2 de superficie. ¿Cuántos metros de valla se necesitan?



$$l = \sqrt{A} = \sqrt{256 \text{ m}^2} = 16 \text{ m}$$

$$P = 4 \cdot l = 4 \cdot 16 \text{ m} = 64 \text{ m de valla se necesitan}$$

64.- La cumbre más elevada de España es el Teide. Averigua su altitud con estos datos:

- Su raíz cuadrada entera es igual a 60.
- Si se le sumara 3, sería un cuadrado perfecto.

$$\sqrt{x} = 60 ; \text{raíz entera} \Rightarrow x = 60^2 + r \Rightarrow \text{Cuadrado perfecto siguiente} = 61^2$$

$$x + 3 = 61^2 \Rightarrow x + 3 = 3.721 \Rightarrow x = 3.718 \text{ m}$$

65.- El largo de un terreno rectangular es el doble que el ancho. Su superficie es de 512 m^2 . ¿Cuál es el perímetro del terreno?



$$(2 \cdot l) \cdot l = 512 \text{ m}^2 \Rightarrow 2 \cdot l \cdot l = 512 \text{ m}^2 \Rightarrow 2 \cdot l^2 = 512 \text{ m}^2 \Rightarrow l^2 = 256 \text{ m}^2 \Rightarrow \sqrt{l^2} = \sqrt{256 \text{ m}^2} \Rightarrow l = 16 \text{ m}$$

$$P = 2 \cdot l + 2 \cdot (2 \cdot l) = 2 \cdot l + 4 \cdot l = 6 \cdot l = 6 \cdot 16 \text{ m} = 96 \text{ m}$$



Ejercicios resueltos: *Potencias y raíz cuadrada* by [Damián Gómez Sarmiento](#) is licensed under a [Creative Commons Reconocimiento-CompartirIgual 4.0 Internacional License](#)