

6.- OPERACIONES CON POLINOMIOS

ORDENACIÓN DE LOS TÉRMINOS DE UN POLINOMIO

Es interesante ordenar los términos, antes de comenzar a trabajar con un polinomio.

Ejemplos

$$P(x) = 4x^3 + 5x^5 - 2x + 3x^2 + x^4 - 5 \rightarrow \text{Desordenado}$$

$$P(x) = 5x^5 + x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x^1 - 5 \rightarrow \text{Ordenado y completo}$$

$$Q(x) = 4 + x^7 - 5x^3 + 4x^4 \rightarrow \text{Desordenado}$$

$$Q(x) = x^7 + 4x^4 - 5x^3 + 4 \rightarrow \text{Ordenado e incompleto}$$

REDUCCIÓN DE LOS TÉRMINOS SEMEJANTES DE UN POLINOMIO

También es interesante reducir los términos semejantes, antes de comenzar a trabajar con un polinomio.

Ejemplos

$$P(x) = 4x^3 + 6x^2 + 8x - x^3 + 5$$

$$P(x) = (4x^3 - x^3) + 6x^2 + 8x + 5$$

$$P(x) = 3x^3 + 6x^2 + 8x + 5 \rightarrow \text{Reducido, ordenado y completo}$$

Calculadora

Calculate

$$4x^3 + 6x^2 + 8x - x^3 + 5 =$$

$$Q(x) = 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 6x^4 - 5x^3 + 8$$

$$Q(x) = 10x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 8 \rightarrow \text{Reducido, ordenado e incompleto}$$

Calculadora

Calculate

$$4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 6x^4 - 5x^3 + 8 =$$

SUMA DE POLINOMIOS

- Para sumar polinomios **se suman los monomios semejantes**.
- La suma de polinomios **es otro polinomio**.

Ejemplos

$$P(x) = 4x^3 + 2x^2 - 5x + 7 \rightarrow \text{Reducido, ordenado y completo}$$

$$Q(x) = 8x^3 + 5x^2 + 2x - 3 \rightarrow \text{Reducido, ordenado y completo}$$

$$\zeta P(x) + Q(x)?$$

1

	3	2	1	0
$P(x) =$	$4x^3$	$+2x^2$	$-5x$	$+7$
$+Q(x) =$	$8x^3$	$+5x^2$	$+2x$	-3
$P(x) + Q(x) =$	$12x^3$	$+7x^2$	$-3x$	$+4$

2

$$P(x) + Q(x) = (4x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (8x^3 + 5x^2 + 2x - 3) = 4x^3 + 2x^2 - 5x + 7 + 8x^3 + 5x^2 + 2x - 3 = 12x^3 + 7x^2 - 3x + 4$$

Calculadora

Calculate

$$(4x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (8x^3 + 5x^2 + 2x - 3) =$$

$$R(x) = 4x^5 - 8 \rightarrow \text{Reducido, ordenado e incompleto}$$

$$S(x) = 3x^5 - 4x^3 + 2x^2 + 5 \rightarrow \text{Reducido, ordenado e incompleto}$$

$$\zeta R(x) + S(x)?$$

1

	5	4	3	2	1	0
$R(x) =$	$4x^5$					-8
$S(x) =$	$3x^5$	$-4x^3$	$+2x^2$			$+5$
$R(x) + S(x) =$	$7x^5$	$-4x^3$	$+2x^2$			-3

2

$$R(x) + S(x) = (4x^5 - 8) + (3x^5 - 4x^3 + 2x^2 + 5) = 4x^5 - 8 + 3x^5 - 4x^3 + 2x^2 + 5 = 7x^5 - 4x^3 + 2x^2 - 3$$

OPUESTO DE UN POLINOMIO

$$\text{opuesto de } P(x) = -P(x)$$

Ejemplo

$$P(x) = -4x^6 + 5x^5 - 7x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 9x - 12$$

$$\text{op } P(x) = -P(x) = -(-4x^6 + 5x^5 - 7x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 9x - 12) = 4x^6 - 5x^5 + 7x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 9x + 12$$

Calculadora

Calculate

$$- (- 4x \wedge 6 + 5x \wedge 5 - 7x \wedge 4 + 2x \wedge 3 - 3x \wedge 2 + 9x - 12) =$$

RESTA DE POLINOMIOS

- Para restar dos polinomios **sumamos al primero el opuesto del segundo**.
- La resta de dos polinomios **es otro polinomio**.

$$P(x) - Q(x) = P(x) + \text{op } Q(x)$$

Ejemplo

$$P(x) = 4x^3 - 2x^2 - x + 5 \rightarrow \text{Reducido, ordenado y completo}$$

$$Q(x) = 3x^3 - 5x^2 - 7x - 8 \rightarrow \text{Reducido, ordenado y completo}$$

$$\text{¿ } P(x) - Q(x) \text{?}$$

1

	3	2	1	0
$P(x) =$	$4x^3$	$-2x^2$	$-3x$	$+5$
$-Q(x) =$	$-3x^3$	$+5x^2$	$+7x$	$+8$
<hr/>				
$P(x) - Q(x) =$	x^3	$+3x^2$	$+4x$	$+13$

2

$$P(x) - Q(x) = (4x^3 - 2x^2 - 3x + 5) - (3x^3 - 5x^2 - 7x - 8) = 4x^3 - 2x^2 - 3x + 5 - 3x^3 + 5x^2 + 7x + 8 = x^3 + 3x^2 + 4x + 13$$

Calculadora

Calculate

$$(4x \wedge 3 - 2x \wedge 2 - 3x + 5) - (3x \wedge 3 - 5x \wedge 2 - 7x - 8) =$$

MULTIPLICACIÓN DE UN MONOMIO POR UN POLINOMIO

- Para multiplicar un monomio por un polinomio **aplicamos la propiedad distributiva**.
- El producto de un monomio por un polinomio es **otro polinomio**.

Ejemplo

$$3x$$

$$P(x) = 3x^2 - 2x + 3$$

$$¿3x \cdot P(x)?$$

1

$$\begin{array}{r} 3x^2 \quad -2x \quad +3 \\ \cdot 3x \\ \hline 9x^3 \quad -6x^2 \quad +9x \end{array}$$

2

$$3x \cdot P(x) = 3x \cdot (3x^2 - 2x + 3) = 3x \cdot 3x^2 - 3x \cdot 2x + 3x \cdot 3 = 9x^3 - 6x^2 + 9x$$

Calculadora

Qalculate

$$3x \times (3x^2 - 2x + 3) =$$

SACAR FACTOR COMÚN EN UN POLINOMIO

Podemos **transformar un polinomio en producto de un monomio por un polinomio**.

Ejemplo

$$9x^3 - 6x^2 + 9x = 3x \cdot \left(\frac{9x^3}{3x} - \frac{6x^2}{3x} + \frac{9x}{3x} \right) = 3x \cdot (3x^2 - 2x + 3)$$

Comprobación

$$3x \cdot (3x^2 - 2x + 3) = 9x^3 - 6x^2 + 9x$$

Calculadora

Qalculate

$$3x \times (3x^2 - 2x + 3) =$$

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

- Multiplicamos cada término del primer polinomio por cada término del segundo polinomio.
Reducimos términos semejantes.
- El producto de dos polinomios es **otro polinomio**.

Ejemplo

$$P(x) = 3x^2 - 2x + 9$$

$$Q(x) = 2x^2 - 4$$

$$¿P(x) \cdot Q(x)?$$

1

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \hline 6x^4 \\ -4x^3 \\ +18x^2 \\ \hline 6x^4 +6x^2 -36 \end{array}$$

2

$$P(x) \cdot Q(x) = (3x^2 - 2x + 9) \cdot (2x^2 - 4) = 6x^4 - 12x^2 - 4x^3 + 8x + 18x^2 - 36 = 6x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 8x - 36$$

Calculadora

Calculate

$$(3x^2 - 2x + 9) \times (2x^2 - 4) =$$

DIVISIÓN DE UN POLINOMIO ENTRE UN MONOMIO

- Dividimos cada término del polinomio entre el monomio.
- La división de un polinomio entre un monomio **no siempre es un polinomio**. Se obtiene un polinomio cuando todos los términos del polinomio son divisibles por el monomio.

Ejemplos

$$(x^2 - x) : x = x^2 : x + x : x = x + 1 \rightarrow \text{Polinomio}$$

Calculadora

Calculate

$$(x^2 - x) / x =$$

$$(x^2 + 2x) : x^2 = \frac{x^2}{x^2} + \frac{2x}{x^2} = 1 + \frac{2}{x} \rightarrow \text{No es polinomio}$$

OPERACIONES COMBINADAS CON POLINOMIOS

Jerarquía de las operaciones

1.º [] y ()

2.º x y : → *por orden*

3.º + y - → *por orden*

Ejemplo

$$\begin{aligned} [2x + (5x + 3) \cdot 2x^2] - [(15x^4 - 20x^3 + 10x^2) : 5x^2] &= (2x + 10x^3 + 6x^2) - (3x^2 - 4x + 2) = \\ &= 2x + 10x^3 + 6x^2 - 3x^2 + 4x - 2 = 10x^3 + 3x^2 + 6x - 2 \end{aligned}$$

Calculadora

Calculate

[2 x + (5 x + 3) x 2 x ^ 2] - [(15 x ^ 4 - 20 x ^ 3 + 10 x ^ 2) / 5 x ^ 2] =

[Ejercicio propuesto 23 – 32](#)

→

[Ejercicio resuelto 23 – 32](#)

Enlace interactivo: [Polinomios-Suma 1, 2, 3, 4, 5](#)

Enlace interactivo: [Polinomios-Producto 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11](#)

Enlace interactivo: [Polinomios-Factor común 1, 2](#)

De *Álgebra con papas*. JOSÉ ANTONIO ORTEGA



6.- Operaciones con polinomios by [Damián Gómez Sarmiento](#) is licensed under a [Creative Commons Reconocimiento-CompartirIgual 4.0 Internacional License](#)