

Documento: Parámetros estadísticos

## 5.- PARÁMETROS ESTADÍSTICOS DE CENTRALIZACIÓN O DE POSICIÓN

Sirven para saber en torno a qué valores se distribuyen todos los datos de la estadística.

**MEDIA ARITMÉTICA** →  $\bar{x}$

En la mayoría de los casos es un valor que no coincide con ninguno de los datos.

**Si todos los datos tienen de frecuencia absoluta la unidad**

Se divide la suma de todos los datos entre el número total de ellos  $N$ .

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

Signo sumatorio →  $\Sigma$ , letra griega sigma mayúscula

Ejemplo

**Estadística**

*Notas de una alumna en la tercera evaluación.*

**Datos estadísticos**

|     |   |     |   |    |
|-----|---|-----|---|----|
| 5,5 | 7 | 8,5 | 9 | 10 |
|-----|---|-----|---|----|

**Tabla estadística**

| $x_i$           | $f_i$   |
|-----------------|---------|
| 5,5             | 1       |
| 7               | 1       |
| 8,5             | 1       |
| 9               | 1       |
| 10              | 1       |
| $\sum x_i = 40$ | $N = 5$ |

**Media aritmética**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{5,5 + 7 + 8,5 + 9 + 10}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

**Interpretación del resultado**

*La alumna tiene, en la tercera evaluación, una nota media de 8.*

### **Si los datos tienen distintas frecuencias absolutas**

Se multiplica cada dato por su frecuencia, se suman todos los productos y se divide entre el número total de datos.

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + f_3 \cdot x_3 + \dots + f_n \cdot x_n}{N} = \frac{\sum (f_i \cdot x_i)}{N}$$

### **Ejemplo**

#### ***Estadística***

*Número de días de absentismo escolar, en un determinado mes, de los 25 alumnos de un grupo de ESO.*

#### ***Datos estadísticos***

|                          |   |   |   |   |   |   |
|--------------------------|---|---|---|---|---|---|
| <b>Número de faltas</b>  | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 |
| <b>Número de alumnos</b> | 9 | 5 | 2 | 6 | 2 | 1 |

#### ***Tabla estadística***

| $x_i$    | $f_i$ | $f_i \cdot x_i$             |
|----------|-------|-----------------------------|
| 0        | 9     | 0                           |
| 1        | 5     | 5                           |
| 2        | 2     | 4                           |
| 3        | 6     | 18                          |
| 5        | 2     | 10                          |
| 8        | 1     | 8                           |
| $N = 25$ |       | $\sum (f_i \cdot x_i) = 45$ |

#### ***Media aritmética***

$$\bar{x} = \frac{\sum (f_i \cdot x_i)}{N} = \frac{45}{25} = 1,8 \text{ días}$$

#### ***Interpretación del resultado***

*Por término medio; 1,8 es el número de días de absentismo escolar, durante ese mes, para cada alumno del grupo.*

### **Si los datos están agrupados en intervalos o clases**

Se utilizan las marcas de clase  $c_i$  como valores representativos de cada intervalo.

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot c_1 + f_2 \cdot c_2 + f_3 \cdot c_3 + \dots + f_n \cdot c_n}{N} = \frac{\sum (f_i \cdot c_i)}{N}$$

### **Ejemplo**

#### ***Estadística***

*Estatura de los 12 jugadores de un equipo de baloncesto.*

#### ***Datos estadísticos***

|                                   |               |               |               |               |               |
|-----------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b><i>Estatura</i></b>            | [1,70 – 1,80) | [1,80 – 1,90) | [1,90 – 2,00) | [2,00 – 2,10) | [2,10 – 2,20) |
| <b><i>Número de jugadores</i></b> | 3             | 2             | 4             | 2             | 1             |

#### ***Tabla estadística***

| <b><i>Estatura (m)</i></b><br>$x_i$ | <b><i>Marcas de clase</i></b><br>$c_i$ | <b><i>f<sub>i</sub></i></b> | <b><i>f<sub>i</sub> · c<sub>i</sub></i></b> |
|-------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------------|
| [1,70 – 1,80)                       | 1,75                                   | 3                           | 5,25                                        |
| [1,80 – 1,90)                       | 1,85                                   | 2                           | 3,70                                        |
| [1,90 – 2,00)                       | 1,95                                   | 4                           | 7,80                                        |
| [2,00 – 2,10)                       | 2,05                                   | 2                           | 4,10                                        |
| [2,10 – 2,20)                       | 2,15                                   | 1                           | 2,15                                        |
|                                     |                                        | $N=12$                      | $\sum (f_i \cdot c_i)=23$                   |

#### ***Media aritmética***

$$\bar{x} = \frac{\sum (f_i \cdot c_i)}{N} = \frac{23}{12} = 1,92 \text{ m}$$

#### ***Interpretación del resultado***

*El equipo de baloncesto tiene una estatura media de 1,92 m.*

## MEDIA PONDERADA → $\bar{x}$

Se utiliza para hallar el promedio de unos datos cuando tienen **diferentes ponderaciones o pesos**  $w_i$ .

Se multiplica cada dato por su peso, se suman todos los productos y se divide entre la suma de los pesos.

$$\bar{x} = \frac{w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + w_3 \cdot x_3 + \dots + w_n \cdot x_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n} = \frac{\sum (w_i \cdot x_i)}{\sum w_i}$$

### Ejemplo

#### **Estadística**

*Notas obtenidas por un alumno en tres exámenes.*

#### **Datos estadísticos**

|   |   |   |
|---|---|---|
| 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|

#### **Media aritmética**

$$\bar{x} = \frac{4+6+8}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

#### **Interpretación del resultado**

*Si las tres calificaciones tienen la misma importancia, la nota media es 6.*

#### **Media ponderada**

*El profesor da a las notas de los exámenes diferentes ponderaciones o pesos.*

|              |   |   |   |
|--------------|---|---|---|
| <b>Notas</b> | 4 | 6 | 8 |
| <b>Pesos</b> | 3 | 2 | 1 |

$$\bar{x} = \frac{\sum (w_i \cdot x_i)}{\sum w_i} = \frac{3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + 1 \cdot 8}{3 + 2 + 1} = \frac{12 + 12 + 8}{6} = \frac{32}{6} = 5,33$$

#### **Interpretación del resultado**

*La nota media ponderada es 5,33.*

**MODA** → *Mo*

**Valor dominante** de un conjunto de datos. Dato que tiene **mayor frecuencia absoluta**.

Si en un conjunto de datos aparecen dos o más valores con frecuencia máxima; decimos que la serie es **bimodal**, **trimodal**, ..., **multimodal**.

Si todos los datos tienen la misma frecuencia, decimos que **la moda no existe**.

En un **diagrama de barras**, la moda es el **dato correspondiente a la barra de mayor altura**.

En un **diagrama de sectores**, la moda es el **dato correspondiente al sector de mayor amplitud**.

### Ejemplo

#### **Estadística**

*Edades de los jugadores de un equipo.*

#### **Datos estadísticos**

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 18 | 20 | 21 | 19 | 19 | 18 | 19 | 20 | 21 | 19 | 20 | 19 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

#### **Tabla estadística**

| $x_i$ | $f_i$     |
|-------|-----------|
| 18    | 2         |
| 19    | 5         |
| 20    | 3         |
| 21    | 2         |
|       | <b>12</b> |

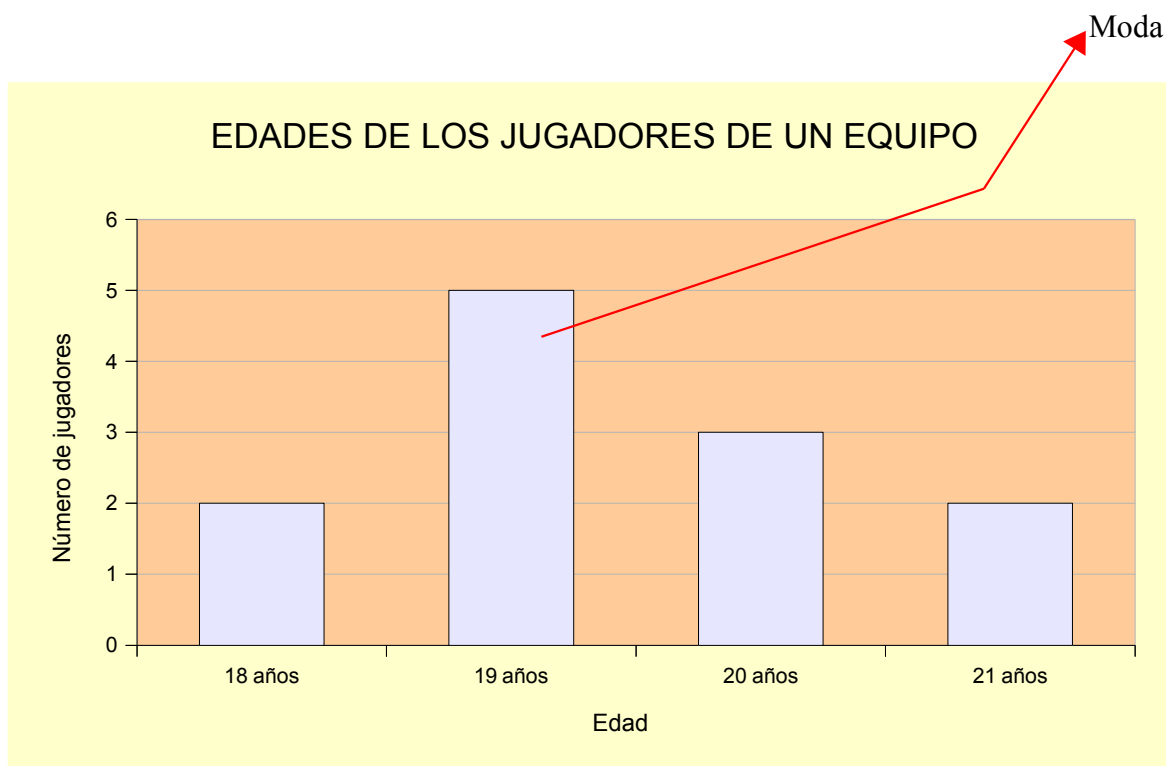
#### **Moda**

*Mo = 19 años*

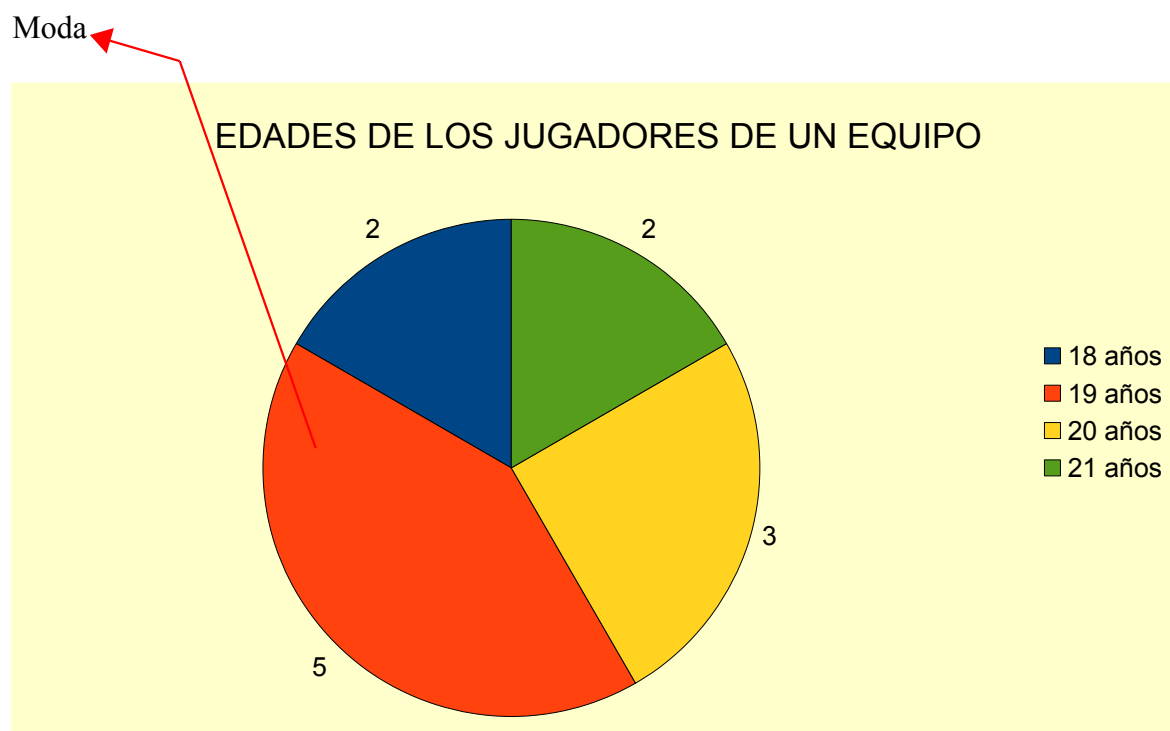
#### **Interpretación del resultado**

*La de edad de 19 años es la más frecuente.*

**Gráfico estadístico**  
*Diagrama de barras.*



**Gráfico estadístico**  
*Diagrama de sectores.*



### Si los datos están agrupados en intervalos o clases

- Se localiza el **intervalo o clase modal**  $[L_{i-1}, L_i)$ , el que tiene mayor frecuencia absoluta.
- Se toma como moda la **marca de clase**.
- **Para más precisión, se aplica la siguiente fórmula:**

$$Mo = L_{i-1} + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \cdot a_i$$

$L_{i-1} \rightarrow$  Extremo inferior del intervalo modal

$f_i, f_{i-1}, f_{i+1} \rightarrow$  Frecuencias absolutas de las clases modal, anterior y posterior

$D_1 = f_i - f_{i-1}$

$D_2 = f_i - f_{i+1}$

$a_i \rightarrow$  Amplitud del intervalo modal

### Ejemplo

#### **Estadística**

Peso, en kg, de los 32 alumnos de una clase de 2º ESO.

#### **Datos estadísticos**

| <b>Pesos</b>   | [50 – 55) | [55 – 60) | [60 – 65) | [65 – 70) | [70 – 75) | [75 – 80) |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Alumnos</b> | 2         | 7         | 12        | 6         | 4         | 1         |

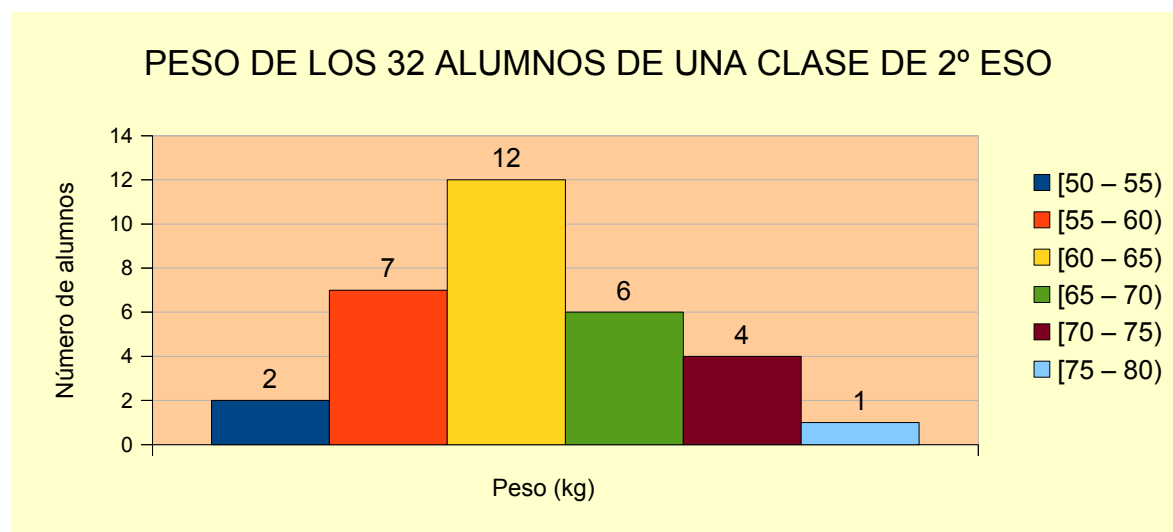
#### **Moda**

$$Mo = \frac{60 + 65}{2} = \frac{125}{2} = 62,5 \text{ kg}$$

#### **Para más precisión**

$$Mo = L_{i-1} + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \cdot a_i = 60 + \frac{12 - 7}{(12 - 7) + (12 - 6)} \cdot 5 = 60 + \frac{5}{5 + 6} \cdot 5 = 60 + \frac{5}{11} \cdot 5 = 60 + \frac{25}{11} = 60 + 2,27 = 62,27 \text{ kg}$$

**Gráfico estadístico**  $\rightarrow$  Histograma.



**MEDIANA** → *Me*

**Valor central** de un conjunto de datos. Dato que tiene el mismo número de datos menores y mayores que él.

**Ordenamos los datos de menor a mayor.**

**Si el número de datos es impar**

La mediana es el valor central.

$$Me = x_{\frac{N+1}{2}}$$

Ejemplo

**Estadística**

*Edades de un grupo de 7 amigas.*

**Datos estadísticos**

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 16 | 15 | 17 | 15 | 14 | 15 | 16 |
|----|----|----|----|----|----|----|

**Mediana**

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 14 | 15 | 15 | 15 | 16 | 16 | 17 |
|----|----|----|----|----|----|----|

 →  $N=7 \Rightarrow \text{Número de datos impar}$ 

$x_{\frac{N+1}{2}}$  → Valor central

$$Me = x_{\frac{N+1}{2}} = 15 \text{ años}$$

**Interpretación del resultado**

*El valor central del conjunto de datos es 15 años.*

**Si el número de datos es par**

La mediana es la media aritmética de los valores centrales.

$$Me = \frac{x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2}+1}}{2}$$

Ejemplo

**Estadística**

*Edades de un grupo de 8 amigas.*

**Datos estadísticos**

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 16 | 15 | 17 | 15 | 17 | 14 | 15 | 16 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|

**Mediana**

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 14 | 15 | 15 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|

 →  $N=8 \Rightarrow \text{Número de datos par}$ 

$x_{\frac{N}{2}}$  —  $x_{\frac{N}{2}+1}$  → Valores centrales

$$Me = \frac{x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2}+1}}{2} = \frac{15 + 16}{2} = \frac{31}{2} = 15,5 \text{ años}$$

**Interpretación del resultado**

*El valor central del conjunto de datos es 15,5 años.*



### **Si el número de datos es alto**

La mediana es el primer dato cuya frecuencia absoluta acumulada  $F_i$  exceda a  $\frac{N}{2}$ . Si  $\frac{N}{2}$  coincide con alguna frecuencia absoluta acumulada, la mediana será la media aritmética entre este dato y el siguiente.

### **Ejemplo**

#### ***Estadística***

*Días al año que suelen ir a consulta médica los 116 alumnos de un instituto.*

#### ***Datos estadísticos***

|                                 |   |    |    |    |    |    |    |   |    |    |
|---------------------------------|---|----|----|----|----|----|----|---|----|----|
| <b><i>Días de consulta</i></b>  | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | 11 |
| <b><i>Número de alumnos</i></b> | 6 | 22 | 20 | 17 | 12 | 12 | 11 | 9 | 5  | 2  |

#### ***Tabla estadística***

| $x_i$ | $f_i$     | $F_i$             |
|-------|-----------|-------------------|
| 2     | 6         | 6                 |
| 3     | 22        | 28                |
| 4     | 20        | 48                |
| 5     | 17        | <b>65 &gt; 58</b> |
| 6     | 12        | 77                |
| 7     | 12        | 89                |
| 8     | 11        | 100               |
| 9     | 9         | 109               |
| 10    | 5         | 114               |
| 11    | 2         | 116               |
|       | $N = 116$ |                   |

#### ***Mediana***

$$N = 116 \Rightarrow \frac{N}{2} = \frac{116}{2} = 58 \Rightarrow F_4 = 65 > 58 \Rightarrow Me = 5$$

#### ***Interpretación del resultado***

*El valor central del conjunto de datos es 5 visitas.*

### Si los datos están agrupados en intervalos o clases

El intervalo mediano  $[L_{i-1}, L_i]$  es el primer intervalo cuya frecuencia absoluta acumulada  $F_i$  es igual o mayor a  $\frac{N}{2}$ . Una vez determinado el intervalo mediano, se calcula la mediana mediante la fórmula:

$$Me = L_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a_i$$

$L_{i-1} \rightarrow$  Extremo inferior del intervalo mediano

$N \rightarrow$  Número total de datos

$f_i \rightarrow$  Frecuencia absoluta del intervalo mediano

$F_{i-1} \rightarrow$  Frecuencia absoluta acumulada del intervalo anterior al mediano

$a_i \rightarrow$  Amplitud del intervalo mediano

### Ejemplo

#### Estadística

Resultado de un test numérico, de 35 preguntas, aplicado a 60 alumnos.

#### Datos estadísticos

| Aciertos      | [0 – 5) | [5 – 10) | [10 – 15) | [15 – 20) | [20 – 25) | [25 – 30) | [30 – 35) |
|---------------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Nº de alumnos | 2       | 8        | 14        | 12        | 14        | 6         | 4         |

#### Tabla estadística

| $x_i$ | [0 – 5) | [5 – 10) | [10 – 15) | [15 – 20) | [20 – 25) | [25 – 30) | [30 – 35) |          |
|-------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| $f_i$ | 2       | 8        | 14        | 12        | 14        | 6         | 4         | $N = 60$ |
| $F_i$ | 2       | 10       | 24        | 36 > 30   | 50        | 56        | 60        |          |

#### Mediana

$$\begin{aligned} N = 60 &\Rightarrow \frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30 \Rightarrow F_4 = 36 > 30 \Rightarrow [L_{i-1}, L_i] = [15 - 20) \Rightarrow Me = L_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a_i = \\ &= 15 + \frac{\frac{60}{2} - 24}{12} \cdot 5 = 15 + \frac{30 - 24}{12} \cdot 5 = 15 + \frac{6}{12} \cdot 5 = 15 + \frac{30}{12} = 15 + 2,5 = 17,5 \text{ aciertos} \end{aligned}$$

#### Interpretación del resultado

El valor central del conjunto de datos es 17,5 aciertos.

Ejercicio propuesto 25 – 33

→

Ejercicio resuelto 25 – 33



5.- Parámetros estadísticos de centralización by Damián Gómez Sarmiento is licensed under a Creative Commons Reconocimiento-CompartirIgual 4.0 Internacional License.